Hochschule Harz

Wernigerode

Fachbereich Wirtschaftswissenschaften

bbgl. Bachelorstudiengang BWL B.A.

Sommersemester 2026

Prüfungsfach:

Statistik Teil 1 und 2

Name des Prüfers: Christian Reinboth

Prüfungstag: 27. Juni 2026

Matrikelnummer: ________________

Vom Prüfer auszufüllen:

erreichte Punktzahl: Note:

Bemerkungen:

Es ist nicht erlaubt, ein Handy mit in die Prüfung zu nehmen. Die Nutzung von Mobiltelefonen, PDAs und ähnlichen Speichermedien in der Prüfung ist unzulässig. Alle mitgebrachten Geräte sind auszuschalten und vom Prüfungstische zu räumen.

Täuschungsversuche führen zur Bewertung der Prüfungsleistung als „nicht ausreichend“ (5,0).

- Zugelassene Hilfsmittel: Formelsammlung, Taschenrechner
- Bitte überprüfen Sie sofort die Vollständigkeit Ihres Klausurexemplars. Bei Unvollständigkeit wenden Sie sich bitte an den Aufsichtführenden.
- Beschriften Sie dann das Deckblatt mit Ihrer Matrikelnummer.
- Bearbeiten Sie die Aufgaben ausschließlich aus den ausgeteilten Seiten! Falls Sie weitere Seiten benötigen sollten, melden Sie sich bitte beim Aufsichtsführenden.
- Zerlegen Sie das Klausurexemplar nicht in einzelne Blätter!

VIEL ERFOLG!

KLAUSUR STATISTIK I und II

Berufsbegleitender Studiengang Betriebswirtschaftslehre
Sommersemester 2026
Christian Reinboth

Aufgabenteil I: Theorie (10 Punkte)

Sind die nachfolgenden Aussagen richtig oder falsch? (1 Punkt pro korrekter Beantwortung)

1) Diskrete Variablen mit sehr vielen Ausprägungen werden in der Praxis oft wie stetige Variablen behandelt und deshalb auch als „quasi-stetig“ bezeichnet.

O richtig O falsch

2) Das Stamm-Blatt-Diagramm zeichnet sich als Darstellungsform dadurch aus, dass sich die Rohdaten gänzlich oder teilweise direkt aus dem Diagramm herauslesen lassen.

O richtig O falsch

3) Bei einem IQR von Null kann der Quartilskoeffizient der Schiefe nicht berechnet werden.

O richtig O falsch

4) Die Zäune im Box-Plot umfassen stets eine Strecke mit Länge des 1,5-fachen IQR.

O richtig O falsch

5) Eine Stichprobe ist unabhängig von ihrem Umfang und Rücklauf immer repräsentativ, wenn die statistischen Einheiten per Zufallsverfahren aus der Grundgesamtheit ausgewählt wurden.

O richtig O falsch

6) Bei einer ungeraden Anzahl an Werten wird zur Berechnung des Medians stets der Wert gewählt, der genau in der Mitte der geordneten Verteilung liegt.

O richtig O falsch

7) Fehlende Werte können nur bei Personenbefragungen auftreten, da sie stets auf die Verweigerung von Auskünften durch Befragte zurückzuführen sind.

O richtig O falsch

8) Metrisch skalierte Daten können immer in eine natürliche Reihenfolge gebracht werden.

O richtig O falsch

9) Verhältnisskala und Intervallskala unterscheiden sich durch den natürlichen Nullpunkt.

O richtig O falsch

10) Der Median ist derjenige Wert, der in der geordneten Verteilung am häufigsten auftritt.

O richtig O falsch

Aufgabenteil II: Grafische Darstellungsformen (10 Punkte)

Im Rahmen einer Gebietsreform sollen elf benachbarte Gemeinden eines Kirchenkreises zu einem gemeinsamen Gemeindeverbund zusammengeführt werden. Ein Bestandteil des Fusionsprozesses ist die Zusammenführung der bisher von jeder Gemeinde individuell herausgegebenen Gemeindebriefe. Das mit der Vorbereitung der Fusion beauftragte Team möchte sich zu Beginn zunächst einen Überblick über die jeweiligen Auflagehöhen verschaffen.

Gemeinde	Auflage (in Stück)
Meisleben	370
Steina	250
Neudietendorf	230
Oberstauding	590
Unterstauding	470
Brehna	30
Kinsbühlen	420
Markneudorf	280
Neukirchen	130
Brachwitz	210
Mühlberg	190

Erstellen Sie ein Stem-and-Leaf-Diagramm mit einer aus Ihrer Sicht geeigneten Stammbreite für die Auflagehöhen der Gemeindebriefe.

Aufgabenteil III: Verteilungsparameter (15 Punkte)

Im Rahmen des gleichen Fusionsprozesses wird ebenfalls betrachtet, wie viele freiwillige Gemeindebeiträge die einzelnen Gemeinden im vergangenen Jahr einnehmen konnten.

Gemeinde	Gesamtsumme der im Jahr 2025 erhaltenen Gemeindebeiträge (in €)
Meisleben	6.317
Steina	4.212
Neudietendorf	26.275
Oberstauding	5.830
Unterstauding	6.210
Brehna	240
Kinsbühlen	4.212
Markneudorf	3.670
Neukirchen	2.322
Brachwitz	2.716
Mühlberg	3.208

Berechnen Sie für die Verteilung der tabellierten Gemeindebeiträge

a) das arithmetische Mittel (3 Punkte),
b) das um 10% getrimmte arithmetische Mittel (2 Punkte),
b) den Median (3 Punkte) und
d) den Interquartilsabstand (3 Punkte).
e) Für eine Präsentation soll sich das Team für einen der drei Mittelwerte – arithmetisches Mittel, getrimmtes arithmetisches Mittel oder Median – entscheiden. Zu welchem der drei Werte würden Sie dem Team raten – und warum? (4 Punkte)

Aufgabenteil IV: Korrelationskoeffizienten (15 Punkte)

Ein Pfarrer vermutet, dass die Zahl der Personen, die seine Kirche außerhalb des Sonntags spontan für eine stille Einkehr aufsuchen, stark von den sommerlichen Temperaturen beeinflusst sein könnte. Aus diesem Grund notiert er sich über einen Zeitraum von zwei Wochen jeweils die Außentemperatur um 12:00 Uhr mittags sowie die Anzahl an Personen, die an diesen Tagen in die Kirche kommen.

Wochentag	Temperatur um 12:00 Uhr (in °C)	Anzahl der Besucherinnen und Besucher
Montag	23	3
Dienstag	22	4
Mittwoch	28	6
Donnerstag	32	17
Freitag	36	28
Samstag	21	4
Montag	20	2
Dienstag	31	19
Mittwoch	30	16
Donnerstag	26	5
Freitag	22	3
Samstag	24	7

Berechnen und interpretieren Sie für die beiden Variablen Temperatur und Besucherzahlen den Rangkorrelationskoeffizienten nach Spearman (6 Punkte) sowie den Bravais-Pearson-Korrelationskoeffizienten (9 Punkte).

Aufgabenteil V: Theorie (10 Punkte)

Sind die nachfolgenden Aussagen richtig oder falsch? (1 Punkt pro korrekter Beantwortung)

1) Um mit der Laplace-Wahrscheinlichkeit rechnen zu können, muss die Anzahl aller günstigen sowie die Anzahl aller möglichen Elementarereignisse bekannt sein.

O richtig O falsch

2) Die Axiome von Kolmogoroff definieren die mathematischen Eigenschaften der Variation sowie der Kombination mit und ohne Zurücklegen.

O richtig O falsch

3) Bei der Konstruktion der Regressionsgeraden entspricht das konstante Glied a dem Y-Achsenschnittpunkt, der Regressionskoeffizient b der Steigung.

O richtig O falsch

4) Die Argumente einer kommutativen Operation können nicht vertauscht werden, ohne dass sich das Ergebnis ändert (Beispiel: 1 - 2 ist ungleich 2 - 1).

O richtig O falsch

5) Ein Zufallsexperiment ist die (beliebig häufige) Wiederholung eines Zufallsvorgangs unter kontrollierten, gleichbleibenden Rahmenbedingungen.

O richtig O falsch

6) Bei der einfachen linearen Regressionsanalyse darf nur die abhängige (Y) Variable die unabhängige (X) Variable beeinflussen – und nicht umgekehrt.

O richtig O falsch

7) Die Verzerrung einer linearen Regressionsfunktion durch einen Ausreißer wird als Leverage-Effekt bezeichnet.

O richtig O falsch

8) Die Wahrscheinlichkeiten aller möglichen Elementarereignisse eines Zufallsvorgangs ergeben zusammengerechnet stets den Wert 0.

O richtig O falsch

9) Eine Teilmenge einer leeren Menge kann immer wieder nur selbst eine leere Menge sein.

O richtig O falsch

10) Das Bestimmtheitsmaß oder auch Gütekriterium R^2 aus der univariaten linearen Regressionsanalyse kann nur Werte zwischen -1 und 1 annehmen.

O richtig O falsch

Aufgabenteil VI: Lineare Regression (15 Punkte)

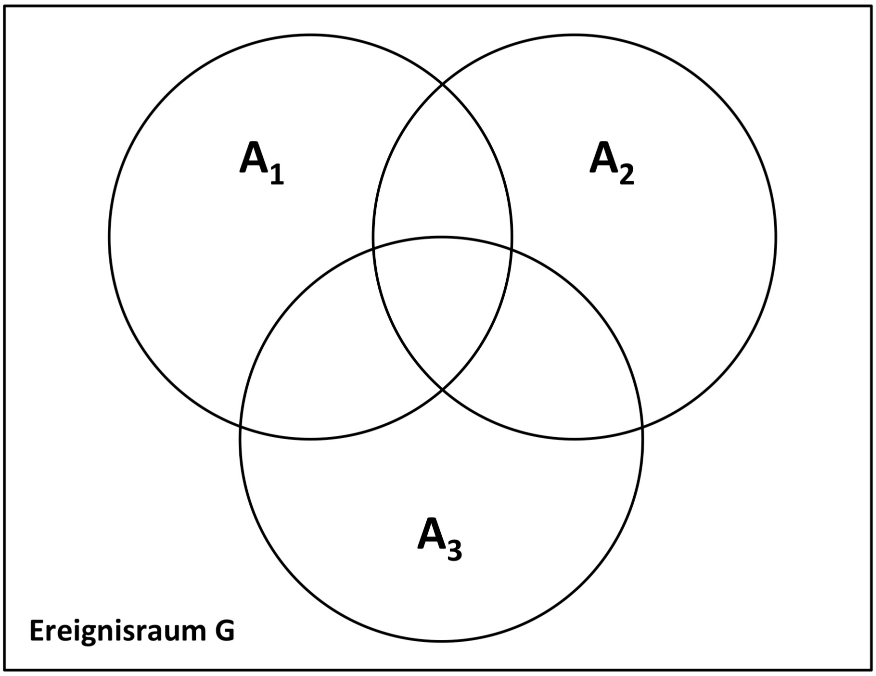
Wochentag	Temperatur um 12:00 Uhr (in °C)	Anzahl der Besucherinnen und Besucher
Montag	23	3
Dienstag	22	4
Mittwoch	28	6
Donnerstag	32	17
Freitag	36	28
Samstag	21	4
Montag	20	2
Dienstag	31	19
Mittwoch	30	16
Donnerstag	26	5
Freitag	22	3
Samstag	24	7

Stellen Sie für die bereits bekannte Verteilung von Temperaturen und Besucherzahlen ein lineares Regressionsmodell mit der Temperatur als unabhängiger Variablen (x) und der Besucherzahl als abhängiger Variablen (y) auf (10 Punkte) und bestimmen und interpretieren Sie dessen Güte (5 Punkte).

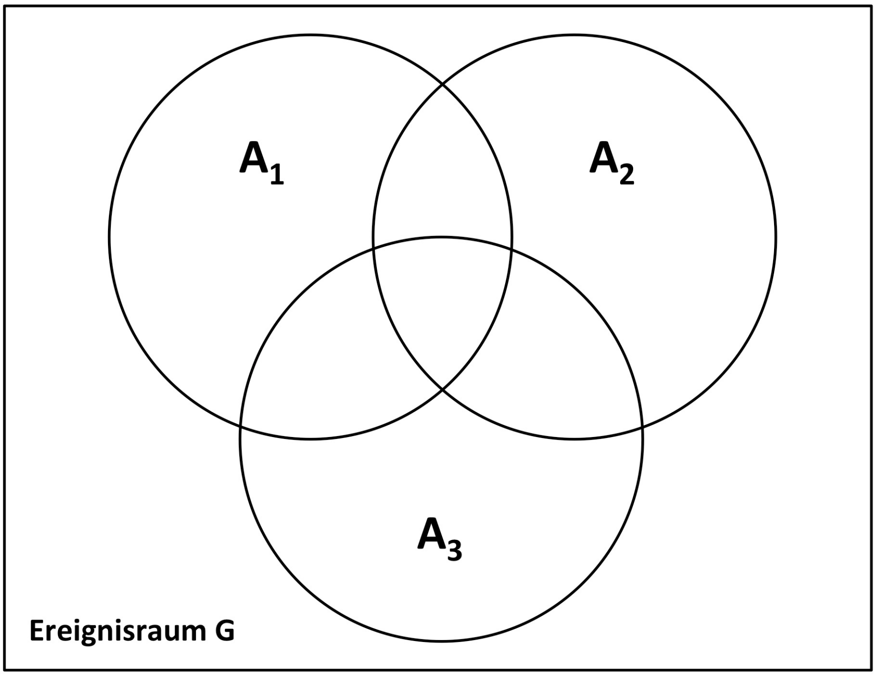
Aufgabenteil VII: Mengenlehre (5 Punkte)

Markieren Sie die jeweils bezeichneten Flächen deutlich sichtbar im Venn-Diagramm.

a) $(A_3 \cup A_3) \cap A_3$ (3 Punkte)



b) $(A_2 \cap \overline{A_1})$ (2 Punkte)



Aufgabenteil VIII: Zufallsexperimente (5 Punkte)

Bei einem Gemeindefest wird eine Verlosung unter zehn Teilnehmern durchgeführt, wobei sich im Lostopf 8 Nieten und 2 Gewinnlose befinden. Welche Losnummern gewonnen und welche verloren haben, wird erst nach der Ziehung des letzten Loses bekanntgegeben. Die erste Person, die ein Los ziehen darf, kann daher mit einer Gewinnchance von 20% rechnen. Wie groß aber ist die Gewinnchance für die dritte teilnehmende Person?

Aufgabenteil IX: Kombinatorik (5 Punkte)

Ein Gospelchor besteht aus 15 Personen, darunter 8 Männer und 7 Frauen. Für einen Auftritt möchte der Chorleiter die Sängerinnen und Sänger so arrangieren, dass sich Männer und Frauen stets abwechseln, angefangen mit einem Mann auf der linken Seite. Zwischen wie vielen verschiedenen Aufstellungen muss er sich entscheiden?

Aufgabenteil X: Satz von Bayes (10 Punkte)

Beim Auszählen der sonntäglichen Kollekte findet der Küster zwischen den Münzen im Klingelbeutel auch regelmäßig einzelne Knöpfe. Um den Übeltätern auf die Spur zu kommen, arbeitet er an seiner Fähigkeit, das Geräusch eines eingeworfenen Knopfes von dem einer Münze unterscheiden zu können. Er schafft es, sein Gehör soweit zu trainieren, dass er einen eingeworfenen Knopf mit einer Wahrscheinlichkeit von 90% korrekt am Geräusch erkennt. Wird eine Münze eingeworfen, irrt er sich allerdings nach wie vor in 5% aller Fälle und hält auch diese für einen Knopf.

An einem Gottesdienst nehmen durchschnittlich 100 Personen teil, die jeweils eine Münze in den Klingelbeutel werfen. Bei der Auszählung der Kollekte wurden in den letzten Wochen jedes Mal drei Knöpfe zwischen den Münzen gefunden. Während der aktuellen Sammlung blickt der Küster einen jungen Mann streng an, den er offensichtlich des Knopfeinwurfs verdächtigt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass er mit diesem Verdacht richtig liegt?

MUSTERLÖSUNG KLAUSUR STATISTIK I und II

Berufsbegleitender Studiengang Betriebswirtschaftslehre
Sommersemester 2026
Christian Reinboth

Aufgabenteil I: Theorie (10 Punkte)

Sind die nachfolgenden Aussagen richtig oder falsch? (1 Punkt pro korrekter Beantwortung)

1) Diskrete Variablen mit sehr vielen Ausprägungen werden in der Praxis oft wie stetige Variablen behandelt und deshalb auch als „quasi-stetig“ bezeichnet.

X richtig O falsch

2) Das Stamm-Blatt-Diagramm zeichnet sich als Darstellungsform dadurch aus, dass sich die Rohdaten gänzlich oder teilweise direkt aus dem Diagramm herauslesen lassen.

X richtig O falsch

3) Bei einem IQR von Null kann der Quartilskoeffizient der Schiefe nicht berechnet werden.

X richtig O falsch

4) Die Zäune im Box-Plot umfassen stets eine Strecke mit Länge des 1,5-fachen IQR.

O richtig **X falsch**

5) Eine Stichprobe ist unabhängig von ihrem Umfang und Rücklauf immer repräsentativ, wenn die statistischen Einheiten per Zufallsverfahren aus der Grundgesamtheit ausgewählt wurden.

O richtig **X falsch**

6) Bei einer ungeraden Anzahl an Werten wird zur Berechnung des Medians stets der Wert gewählt, der genau in der Mitte der geordneten Verteilung liegt.

X richtig O falsch

7) Fehlende Werte können nur bei Personenbefragungen auftreten, da sie stets auf die Verweigerung von Auskünften durch Befragte zurückzuführen sind.

O richtig **X falsch**

8) Metrisch skalierte Daten können immer in eine natürliche Reihenfolge gebracht werden.

X richtig O falsch

9) Verhältnisskala und Intervallskala unterscheiden sich durch den natürlichen Nullpunkt.

X richtig O falsch

10) Der Median ist derjenige Wert, der in der geordneten Verteilung am häufigsten auftritt.

O richtig **X falsch**

Aufgabenteil II: Grafische Darstellungsformen (10 Punkte)

Im Rahmen einer Gebietsreform sollen elf benachbarte Gemeinden eines Kirchenkreises zu einem gemeinsamen Gemeindeverbund zusammengeführt werden. Ein Bestandteil des Fusionsprozesses ist die Zusammenführung der bisher von jeder Gemeinde individuell herausgegebenen Gemeindebriefe. Das mit der Vorbereitung der Fusion beauftragte Team möchte sich zu Beginn zunächst einen Überblick über die jeweiligen Auflagehöhen verschaffen.

Gemeinde	Auflage (in Stück)
Meisleben	370
Steina	250
Neudietendorf	230
Oberstauding	590
Unterstauding	470
Brehna	30
Kinsbühlen	420
Markneudorf	280
Neukirchen	130
Brachwitz	210
Mühlberg	190

Erstellen Sie ein Stem-and-Leaf-Diagramm mit einer aus Ihrer Sicht geeigneten Stammbreite für die Auflagehöhen der Gemeindebriefe.

0 | 3
1 | 3 9
2 | 1 3 5 8
3 | 7
4 | 2 7
5 | 9

Stammbreite 100
Jedes Blatt 1 Fall
Keine Ausreißer

Die Herausforderung besteht hier darin zu erkennen, dass es sich bei dem Wert von 30 – obwohl es auf den ersten Blick möglicherweise so wirkt – im Kontext des Stamm-Blatt-Diagramms nicht um einen Ausreißer handelt, da seine Aufnahme in das Diagramm keine leeren Stammsegmente erzeugt.

Aufgabenteil III: Verteilungsparameter (15 Punkte)

Im Rahmen des gleichen Fusionsprozesses wird ebenfalls betrachtet, wie viele freiwillige Gemeindebeiträge die einzelnen Gemeinden im vergangenen Jahr einnehmen konnten.

Gemeinde	Gesamtsumme der im Jahr 2025 erhaltenen Gemeindebeiträge (in €)
Meisleben	6.317
Steina	4.212
Neudietendorf	26.275
Oberstauding	5.830
Unterstauding	6.210
Brehna	240
Kinsbühlen	4.212
Markneudorf	3.670
Neukirchen	2.322
Brachwitz	2.716
Mühlberg	3.208

Berechnen Sie für die Verteilung der tabellierten Gemeindebeiträge

a) das arithmetische Mittel (3 Punkte),
b) das um 10% getrimmte arithmetische Mittel (2 Punkte),
b) den Median (3 Punkte) und
d) den Interquartilsabstand (3 Punkte).
e) Für eine Präsentation soll sich das Team für einen der drei Mittelwerte – arithmetisches Mittel, getrimmtes arithmetisches Mittel oder Median – entscheiden. Zu welchem der drei Werte würden Sie dem Team raten – und warum? (4 Punkte)

Arithmetisches Mittel

6.317 + 4.212 + 26.275 + 5.830 + 6.210 + 240 + 4.212 + 3.670 + 2.322 + 2.716 + 3.208 = 65.212
65.212 / 11 = 5.928,36 (EUR)

Um 10% getrimmtes arithmetisches Mittel

11 * 0,1 = 1,1 → Es sind die zwei größten und die zwei kleinsten Werte zu entfernen
[~~240~~; ~~2.322~~; 2.716; 3.208; 3.670; 4.212; 4.212; 5.830; 6.210; ~~6.317~~; ~~26.275~~]
2.716 + 3.208 + 3.670 + 4.212 + 4.212 + 5.830 + 6.210 = 30.058
30.058 / 7 = 4.294 (EUR)

Median

Da eine ungerade Anzahl von Werten vorliegt, ist folgende Formel zu wählen:

$$\boldsymbol{x_{med}} = \boldsymbol{x}_{\left(\frac{n+1}{2}\right)} = \boldsymbol{x_6} = \underline{4.212\ (\text{EUR})}$$

[240; 2.322; 2.716; 3.208; 3.670; **4.212**; 4.212; 5.830; 6.210; 6.317; 26.275]

Interquartilsabstand

IQR = $x_{0,75} - x_{0,25}$

$x_{0,25}$ → 11 * 0,25 = 2,75 → Wert an der 3. Stelle der geordneten Verteilung → 2.716
$x_{0,75}$ → 11 * 0,75 = 8,25 → Wert an der 9. Stelle der geordneten Verteilung → 6.210

IQR = 6.210 – 2.716 = 3.494 (EUR)

Auswahl des geeignetsten Mittelwertes

Die zu betrachtende Verteilung der Gemeindebeiträge enthält einen offensichtlichen Ausreißer im oberen Bereich (26.275 EUR). Dieser führt zu einer Verzerrung des arithmetischen Mittels, das sich mit 5.928,36 EUR deutlich vom getrimmten arithmetischen Mittel (4.294 EUR) sowie vom Median (4.212 EUR) abhebt. Getrimmtes arithmetisches Mittel und Median sind in diesem Fall also gegenüber dem Standardmittel zu bevorzugen.

Aufgabenteil IV: Korrelationskoeffizienten (15 Punkte)

Ein Pfarrer vermutet, dass die Zahl der Personen, die seine Kirche außerhalb des Sonntags spontan für eine stille Einkehr aufsuchen, stark von den sommerlichen Temperaturen beeinflusst sein könnte. Aus diesem Grund notiert er sich über einen Zeitraum von zwei Wochen jeweils die Außentemperatur um 12:00 Uhr mittags sowie die Anzahl an Personen, die an diesen Tagen in die Kirche kommen.

Wochentag	Temperatur um 12:00 Uhr (in °C)	Anzahl der Besucherinnen und Besucher
Montag	23	3
Dienstag	22	4
Mittwoch	28	6
Donnerstag	32	17
Freitag	36	28
Samstag	21	4
Montag	20	2
Dienstag	31	19
Mittwoch	30	16
Donnerstag	26	5
Freitag	22	3
Samstag	24	7

Berechnen und interpretieren Sie für die beiden Variablen Temperatur und Besucherzahlen den Rangkorrelationskoeffizienten nach Spearman (6 Punkte) sowie den Bravais-Pearson-Korrelationskoeffizienten (9 Punkte).

Rangkorrelationskoeffizient nach Spearman

n	x	rg(x)	y	rg(y)	d	d²
1	23	5	3	2,5	2,5	6,25
2	22	3,5	4	4,5	-1	1
3	28	8	6	7	1	1
4	32	11	17	10	1	1
5	36	12	28	12	0	0
6	21	2	4	4,5	-2,5	6,25
7	20	1	2	1	0	0
8	31	10	19	11	-1	1
9	30	9	16	9	0	0
10	26	7	5	6	1	1
11	22	3,5	3	2,5	1	1
12	24	6	7	8	-2	4
Σ	//	//	//	//	//	22,5

$\rho = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{(n^2-1)n} = 1 - \frac{135}{(144-1)12} = 1 - \frac{135}{1716} = 1 - 0{,}079 = \underline{0{,}921}$

Es liegt eine sehr starke, monotone und positive Korrelation vor. Da mehrere verbundene Ränge existieren, ist die Aussagekraft des Koeffizienten allerdings eingeschränkt.

Bravais-Pearson-Korrelationskoeffizient

n	x	y	x²	y²	(x*y)
1	23	3	529	9	69
2	22	4	484	16	88
3	28	6	784	36	168
4	32	17	1.024	289	544
5	36	28	1.296	784	1.008
6	21	4	441	16	84
7	20	2	400	4	40
8	31	19	961	361	589
9	30	16	900	256	480
10	26	5	676	25	130
11	22	3	484	9	66
12	24	7	576	49	168
Σ	315	114	**8.555**	**1.854**	**3.434**
ø	**26,25**	**9,5**	//	//	//

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i\, y_i) - n\,\overline{x}\,\overline{y}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i^2) - n\,\overline{x}^2}\,\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(y_i^2) - n\,\overline{y}^2}}$$

$$= \frac{3.434 - 12 * 26{,}25 * 9{,}5}{\sqrt{8.555 - 12 * 26{,}25^2}\sqrt{1.854 - 12 * 9{,}5^2}} = \frac{441{,}5}{16{,}92 * 27{,}77} = \underline{0{,}94}$$

Es liegt eine sehr starke, lineare und positive Korrelation vor.

Aufgabenteil V: Theorie (10 Punkte)

Sind die nachfolgenden Aussagen richtig oder falsch? (1 Punkt pro korrekter Beantwortung)

1) Um mit der Laplace-Wahrscheinlichkeit rechnen zu können, muss die Anzahl aller günstigen sowie die Anzahl aller möglichen Elementarereignisse bekannt sein.

X richtig O falsch

2) Die Axiome von Kolmogoroff definieren die mathematischen Eigenschaften der Variation sowie der Kombination mit und ohne Zurücklegen.

O richtig **X falsch**

3) Bei der Konstruktion der Regressionsgeraden entspricht das konstante Glied a dem Y-Achsenschnittpunkt, der Regressionskoeffizient b der Steigung.

X richtig O falsch

4) Die Argumente einer kommutativen Operation können nicht vertauscht werden, ohne dass sich das Ergebnis ändert (Beispiel: 1 - 2 ist ungleich 2 - 1).

O richtig **X falsch**

5) Ein Zufallsexperiment ist die (beliebig häufige) Wiederholung eines Zufallsvorgangs unter kontrollierten, gleichbleibenden Rahmenbedingungen.

X richtig O falsch

6) Bei der einfachen linearen Regressionsanalyse darf nur die abhängige (Y) Variable die unabhängige (X) Variable beeinflussen – und nicht umgekehrt.

O richtig **X falsch**

7) Die Verzerrung einer linearen Regressionsfunktion durch einen Ausreißer wird als Leverage-Effekt bezeichnet.

X richtig O falsch

8) Die Wahrscheinlichkeiten aller möglichen Elementarereignisse eines Zufallsvorgangs ergeben zusammengerechnet stets den Wert 0.

O richtig **X falsch**

9) Eine Teilmenge einer leeren Menge kann immer wieder nur selbst eine leere Menge sein.

X richtig O falsch

10) Das Bestimmtheitsmaß oder auch Gütekriterium R^2 aus der univariaten linearen Regressionsanalyse kann nur Werte zwischen -1 und 1 annehmen.

O richtig **X falsch**

Aufgabenteil VI: Lineare Regression (15 Punkte)

Wochentag	Temperatur um 12:00 Uhr (in °C)	Anzahl der Besucherinnen und Besucher
Montag	23	3
Dienstag	22	4
Mittwoch	28	6
Donnerstag	32	17
Freitag	36	28
Samstag	21	4
Montag	20	2
Dienstag	31	19
Mittwoch	30	16
Donnerstag	26	5
Freitag	22	3
Samstag	24	7

Stellen Sie für die bereits bekannte Verteilung von Temperaturen und Besucherzahlen ein lineares Regressionsmodell mit der Temperatur als unabhängiger Variablen (x) und der Besucherzahl als abhängiger Variablen (y) auf (10 Punkte) und bestimmen und interpretieren Sie dessen Güte (5 Punkte).

n	x	y	x^2	$\cancel{y^2}$	(x*y)
1	23	3	529	~~9~~	69
2	22	4	484	~~16~~	88
3	28	6	784	~~36~~	168
4	32	17	1.024	~~289~~	544
5	36	28	1.296	~~784~~	1.008
6	21	4	441	~~16~~	84
7	20	2	400	~~4~~	40
8	31	19	961	~~361~~	589
9	30	16	900	~~256~~	480
10	26	5	676	~~25~~	130
11	22	3	484	~~9~~	66
12	24	7	576	~~49~~	168
Σ	315	114	**8.555**	**~~1.854~~**	**3.434**
ø	**26,25**	**9,5**	//	~~//~~	//

<u>Berechnung des Regressionskoeffizienten</u>

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i\, y_i) - n\,\overline{x}\,\overline{y}}{\sum_{i=1}^{n}(x_i^2) - n\,\overline{x}^2} = \frac{3.434 - 12 * 26{,}25 * 9{,}5}{8.555 - 12 * 26{,}25^2} = \frac{441{,}5}{286{,}25} = 1{,}54$$

<u>Berechnung des konstanten Gliedes</u>

$$\underline{a = \bar{y} = a\bar{x} = 9{,}5 - 1{,}54 * 26{,}25 = -30{,}93}$$

Aufstellung der Regressionsgleichung

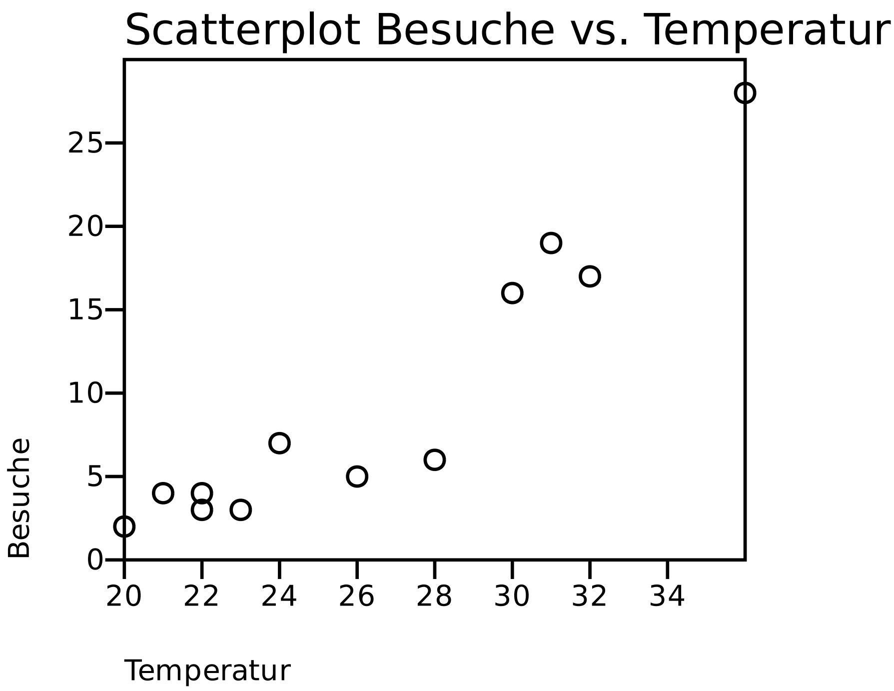
y (Besucherzahlen) = -30,93 + 1,54 x (Temperatur)

Bestimmung der Modellgüte

r = 0,94

R^2 = 0,88

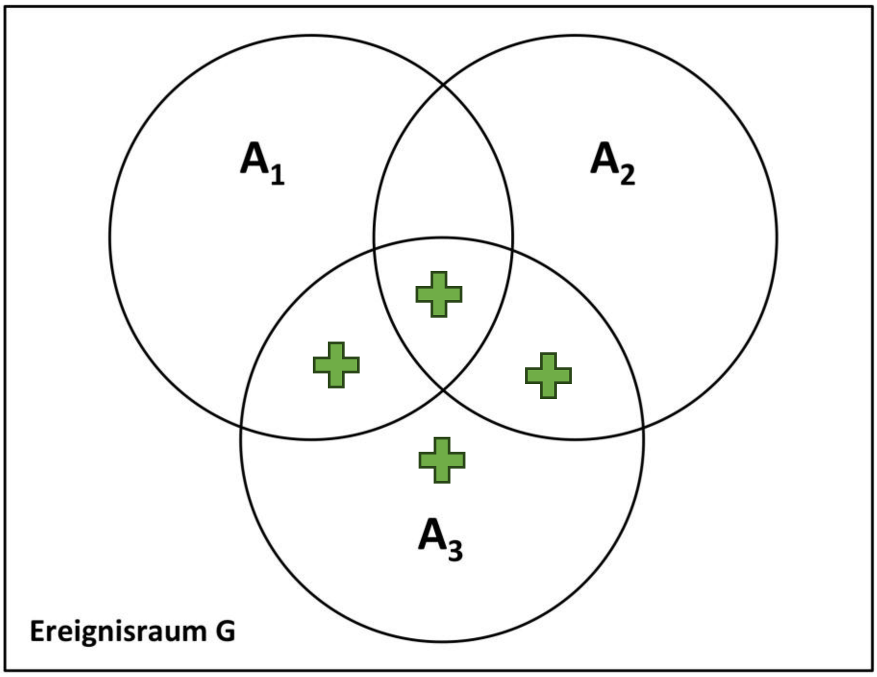
Das Modell weist eine hohe Streuungsaufklärung auf und ist somit gut brauchbar. Der hohe Wert für r hat ja bereits gezeigt, dass eine starke lineare Korrelation vorliegt.



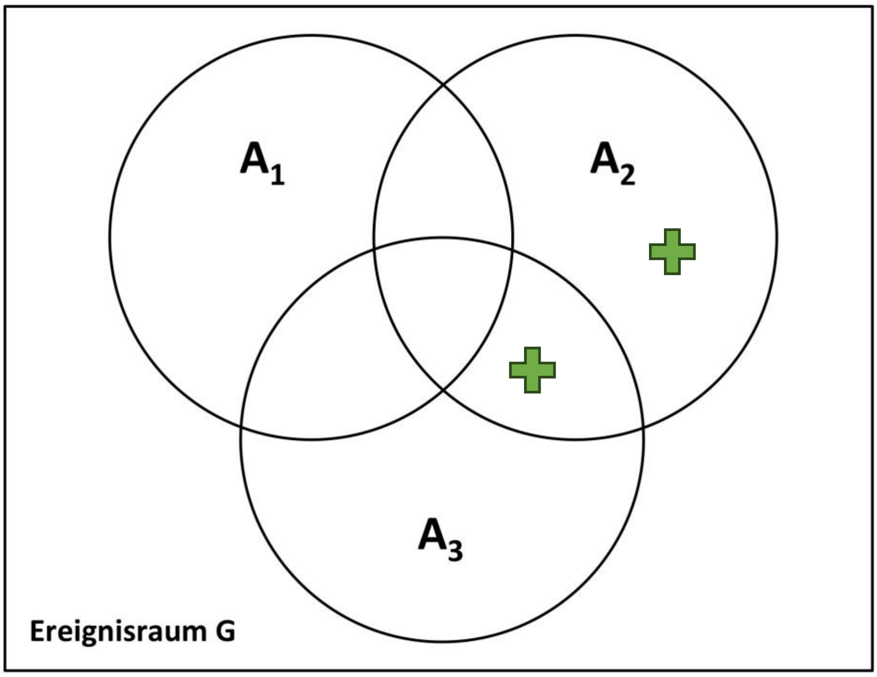
Aufgabenteil VII: Mengenlehre (5 Punkte)

Markieren Sie die jeweils bezeichneten Flächen deutlich sichtbar im Venn-Diagramm.

a) $(A_3 \cup A_3) \cap A_3$ (3 Punkte)



b) $(A_2 \cap \overline{A_1})$ (2 Punkte)



Aufgabenteil VIII: Zufallsexperimente (5 Punkte)

Bei einem Gemeindefest wird eine Verlosung unter zehn Teilnehmern durchgeführt, wobei sich im Lostopf 8 Nieten und 2 Gewinnlose befinden. Welche Losnummern gewonnen und welche verloren haben, wird erst nach der Ziehung des letzten Loses bekanntgegeben. Die erste Person, die ein Los ziehen darf, kann daher mit einer Gewinnchance von 20% rechnen. Wie groß aber ist die Gewinnchance für die <u>dritte</u> teilnehmende Person?

<u>Einfache Begründung (ausreichend)</u>

Wenn einzelne Lose nicht zwischenzeitlich geöffnet werden, hat jede Person, die sich an der Verlosung beteiligt, eine Gewinnchance von <u>20%</u>.

<u>Lösung über die Diagrammpfade</u>

Im Pfaddiagramm sind drei Pfade für die ersten drei Ziehungen von Relevanz – nämlich genau diejenigen Pfade, die mit der Ziehung eines Gewinnloses durch den dritten Teilnehmer enden.

V-V-G 8/10 * 7/9 * 2/8 = 7/45
G-V-G 2/10 * 8/9 * 1/8 = 1/45
V-G-G 8/10 * 2/9 * 1/8 = 1/45

(der Pfad G-G-G kann nicht eintreten, da es lediglich zwei Gewinnlose gibt)

9/45 = 0,2 = <u>20%</u>

Aufgabenteil IX: Kombinatorik (5 Punkte)

Ein Gospelchor besteht aus 15 Personen, darunter 8 Männer und 7 Frauen. Für einen Auftritt möchte der Chorleiter die Sängerinnen und Sänger so arrangieren, dass sich Männer und Frauen stets abwechseln, angefangen mit einem Mann auf der linken Seite. Zwischen wie vielen verschiedenen Aufstellungen muss er sich entscheiden?

Spielt die Reihenfolge der Ereignisse eine Rolle?

Ja – Meier-Müller-Schulze ist eine andere Aufstellung als Schulze-Müller-Meier.

→ Variation

Handelt es sich ein Modell mit oder ohne Zurücklegen?

Jede Person kann pro Aufstellung nur einmal „gezogen" werden.

→ Modell ohne Zurücklegen

Tatsächlich handelt es sich um den Sonderfall der Permutation, da alle Personen aufgestellt werden, d.h. n = k. Somit ist die Formel n! anzuwenden. Männer und Frauen werden getrennt voneinander gezogen (da sie sich ja abwechseln müssen, bei einer gemeinsamen Ziehung kann diese Bedingung nicht erfüllt werden). Für die 8 „Männerplätze" existieren 8! = 40.320, für die „Frauenplätze" dagegen 7! = 5.040 Möglichkeiten, insgesamt also 40.320 * 5.040 = <u>203.212.800</u> Aufstellungen.

Alternativ kann man sich vor Augen führen, dass die Aufstellung so aussehen muss:

M1 – F1 – M2 – F2 – M3 – F3 – M4 – F4 – M5 – F5 – M6 – F6 – M7 – F7 – M8

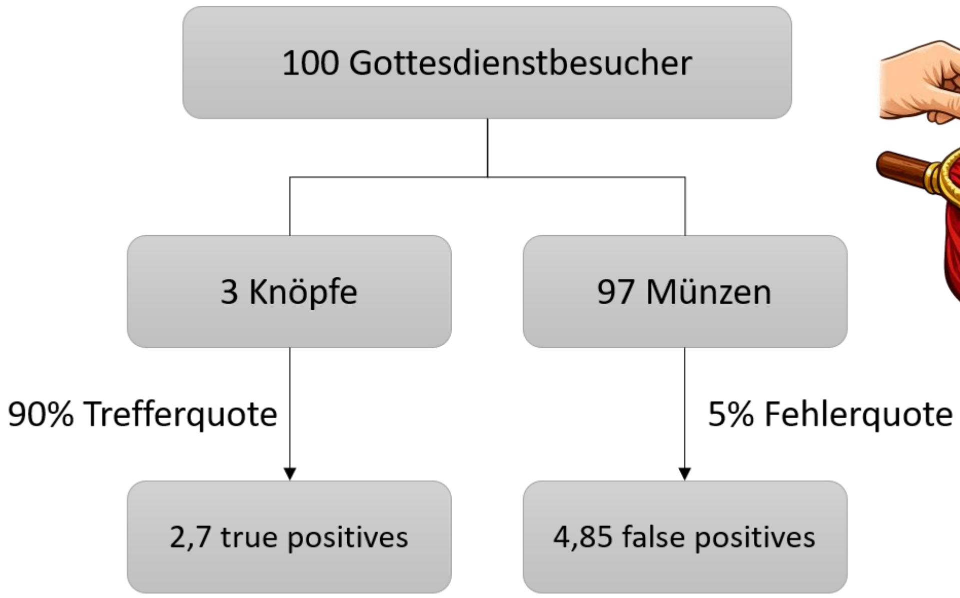
Welche Auswahlmöglichkeiten ergeben sich für die Besetzung dieser Aufstellung?

8 * 7 * 7 * 6 * 6 * 5 * 5 * 4 * 4 * 3 * 3 * 2 * 2 * 1 * 1 = 203.212.800
(diese Kalkulation lässt sich leicht wieder in 8! * 7! zerlegen)

Aufgabenteil X: Satz von Bayes (10 Punkte)

Beim Auszählen der sonntäglichen Kollekte findet der Küster zwischen den Münzen im Klingelbeutel auch regelmäßig einzelne Knöpfe. Um den Übeltätern auf die Spur zu kommen, arbeitet er an seiner Fähigkeit, das Geräusch eines eingeworfenen Knopfes von dem einer Münze unterscheiden zu können. Er schafft es, sein Gehör soweit zu trainieren, dass er einen eingeworfenen Knopf mit einer Wahrscheinlichkeit von 90% korrekt am Geräusch erkennt. Wird eine Münze eingeworfen, irrt er sich allerdings nach wie vor in 5% aller Fälle und hält auch diese für einen Knopf.

An einem Gottesdienst nehmen durchschnittlich 100 Personen teil, die jeweils eine Münze in den Klingelbeutel werfen. Bei der Auszählung der Kollekte wurden in den letzten Wochen jedes Mal drei Knöpfe zwischen den Münzen gefunden. Während der aktuellen Sammlung blickt der Küster einen jungen Mann streng an, den er offensichtlich des Knopfeinwurfs verdächtigt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass er mit diesem Verdacht richtig liegt?



$$\frac{2{,}7}{2{,}7 + 4{,}85} = \frac{2{,}7}{7{,}55} = 0{,}3576$$

Die reale Trefferwahrscheinlichkeit des Küsters liegt bei 35,76%.