Hochschule Harz

Wernigerode

Fachbereich Wirtschaftswissenschaften

bbgl. Bachelorstudiengang Betriebswirtschaftslehre

Sommersemester 2026

Prüfungsfach:

Statistik Teil 1

Name des Prüfers: Christian Reinboth

Prüfungstag: 9. Mai 2026

Matrikelnummer:_________________

Vom Prüfer auszufüllen:

erreichte Punktzahl: Note:

Bemerkungen:

Es ist nicht erlaubt, ein Handy mit in die Prüfung zu nehmen. Die Nutzung von Mobiltelefonen, PDAs und ähnlichen Speichermedien in der Prüfung ist unzulässig. Alle mitgebrachten Geräte sind auszuschalten und vom Prüfungstische zu räumen.

Täuschungsversuche führen zur Bewertung der Prüfungsleistung als „nicht ausreichend“ (5,0).

- Zugelassene Hilfsmittel: Formelsammlung (mit Anmerkungen), Taschenrechner.
- Bitte überprüfen Sie sofort die Vollständigkeit Ihres Klausurexemplars. Bei Unvollständigkeit wenden Sie sich an den Aufsichtführenden.
- Beschriften Sie dann das Deckblatt mit Ihrer Matrikelnummer.
- Bearbeiten Sie die Aufgaben ausschließlich auf dem Klausurexemplar! Dafür wurde ausreichend Platz vorgesehen. Benutzen Sie auch die Blattrückseiten!
- Zerlegen Sie das Klausurexemplar nicht in einzelne Blätter!

VIEL ERFOLG!

KLAUSUR STATISTIK I

Berufsbegleitender Studiengang Betriebswirtschaftslehre
Sommersemester 2026
Christian Reinboth

Aufgabenteil I: Theorie (10 Punkte)

Sind die nachfolgenden Aussagen richtig oder falsch? (1 Punkt pro korrekter Beantwortung)

1) Ordinalskalierte Daten können in eine natürliche Reihenfolge gebracht werden.

O richtig O falsch

2) Der Median wird von Ausreißern erheblich beeinflusst und gilt daher als nicht robust.

O richtig O falsch

3) In Stem-and-Leaf-Diagrammen repräsentiert ein Blatt stets einen Fall.

O richtig O falsch

4) Der Bravais-Pearson-Korrelationskoeffizient kann nur Werte zwischen 0 und 1 annehmen.

O richtig O falsch

5) Der Median ist derjenige Wert, der genau in der Mitte der geordneten Verteilung liegt.

O richtig O falsch

6) Eine mittels eines Korrelationskoeffizienten identifizierte Korrelation sollte näher untersucht, nicht jedoch unmittelbar inhaltlich interpretiert werden.

O richtig O falsch

7) Erhebt man Daten in drei Phasen, ist von einer tertiärstatistischen Erhebung die Rede.

O richtig O falsch

8) Die Berechnung des Bravais-Pearson-Korrelationskoeffizienten erfordert metrische Daten.

O richtig O falsch

9) Der Interquartilsabstand (IQR) ist ein robusteres Streuungsmaß als die Spannweite.

O richtig O falsch

10) Der Bravais-Pearson-Korrelationskoeffizient ist ein Maß für exponentielle Zusammenhänge.

O richtig O falsch

Aufgabenteil II: Grafische Darstellungsformen (15 Punkte)

In einer agrarwissenschaftlichen Forschungsanstalt werden Experimente mit modifiziertem Weizen-Saatgut durchgeführt. In einer aktuellen Versuchsreihe wird zunächst Saatgut in zehn Plots eingesetzt und aufgezeichnet, wie viele Tage vergehen, bis das Saatgut aufgeht.

Versuchsplot	Tage bis zum Durchbruch
V00A	3
V00B	4
V00C	4
V00D	6
V00E	2
V00F	7
V00G	12
V00H	3
V00I	4
V00J	3

Zeichnen Sie einen erweiterten Box-Plot für die Verteilung der Tagesangaben und benennen Sie die hierfür erforderlichen Größen (15 Punkte).

Aufgabenteil III: Verteilungsparameter (35 Punkte)

Nachdem alle Saaten aufgegangen sind, wird das weitere Wachstum der Pflanzen in einer mit künstlichem Sonnenlicht beleuchteten Umgebung beobachtet. Dabei wird mit der Anzahl an Sonnenstunden pro Tag nur eine einzige Größe variiert (ceteris paribus), während alle anderen Faktoren (z.B. Zugabe von Wasser und Zuführung von Nährstoffen über den Boden) konstant gehalten werden. Ausgangspunkt sind die mittleren sieben Sonnenstunden des mitteleuropäischen Sommers.

Versuchsplot	Sonnenstunden pro Tag
V00A	7
V00B	8
V00C	9
V00D	10
V00E	11
V00F	12
V00G	13
V00H	14
V00I	15
V00J	16

Berechnen Sie für die Angabe der Sonnenstunden die folgenden Lage- und Streuungsmaße:

a) Arithmetisches Mittel (6 Punkte)
b) Um 5% getrimmtes arithmetisches Mittel (4 Punkte)
c) Modus (4 Punkte)
d) Spannweite (2 Punkte)
e) Varianz (10 Punkte)
f) Standardabweichung (3 Punkte)
g) Variationskoeffizient (3 Punkte)

Wann wäre die Berechnung des Variationskoeffizienten für diese Variable sinnvoll? (3 Punkte)

Aufgabenteil IV: Zusammenhangsmaße (40 Punkte)

Nach sieben Tagen wird überprüft, um wie viele cm der Weizen in jedem der zehn Versuchsplots gewachsen ist, wobei die Höhe des jeweils höchsten Stängels pro Plot vermerkt wird.

Versuchsplot	Sonnenstunden pro Tag	cm nach sieben Tagen
V00A	7	6
V00B	8	8
V00C	9	7
V00D	10	6
V00E	11	9
V00F	12	11
V00G	13	13
V00H	14	12
V00I	15	14
V00J	16	17

Berechnen und interpretieren Sie für die vorliegenden Daten a) den Rangkorrelationskoeffizienten nach Kendall (20 Punkte) sowie b) den Bravais-Pearson-Korrelationskoeffizienten (20 Punkte).

MUSTERLÖSUNG KLAUSUR STATISTIK I

Berufsbegleitender Studiengang Betriebswirtschaftslehre
Sommersemester 2026
Christian Reinboth

Aufgabenteil I: Theorie (10 Punkte)

Sind die nachfolgenden Aussagen richtig oder falsch? (1 Punkt pro korrekter Beantwortung)

1) Ordinalskalierte Daten können in eine natürliche Reihenfolge gebracht werden.

X richtig O falsch

2) Der Median wird von Ausreißern erheblich beeinflusst und gilt daher als nicht robust.

O richtig **X falsch**

3) In Stem-and-Leaf-Diagrammen repräsentiert ein Blatt stets einen Fall.

O richtig **X falsch**

4) Der Bravais-Pearson-Korrelationskoeffizient kann nur Werte zwischen 0 und 1 annehmen.

O richtig **X falsch**

5) Der Median ist derjenige Wert, der genau in der Mitte der geordneten Verteilung liegt.

X richtig O falsch

6) Eine mittels eines Korrelationskoeffizienten identifizierte Korrelation sollte näher untersucht, nicht jedoch unmittelbar inhaltlich interpretiert werden.

X richtig O falsch

7) Erhebt man Daten in drei Phasen, ist von einer tertiärstatistischen Erhebung die Rede.

O richtig **X falsch**

8) Die Berechnung des Bravais-Pearson-Korrelationskoeffizienten erfordert metrische Daten.

X richtig O falsch

9) Der Interquartilsabstand (IQR) ist ein robusteres Streuungsmaß als die Spannweite.

X richtig O falsch

10) Der Bravais-Pearson-Korrelationskoeffizient ist ein Maß für exponentielle Zusammenhänge.

O richtig **X falsch**

Aufgabenteil II: Grafische Darstellungsformen (15 Punkte)

In einer agrarwissenschaftlichen Forschungsanstalt werden Experimente mit modifiziertem Weizen-Saatgut durchgeführt. In einer aktuellen Versuchsreihe wird zunächst Saatgut in zehn Plots eingesetzt und aufgezeichnet, wie viele Tage vergehen, bis das Saatgut aufgeht.

Versuchsplot	Tage bis zum Durchbruch
V00A	3
V00B	4
V00C	4
V00D	6
V00E	2
V00F	7
V00G	12
V00H	3
V00I	4
V00J	3

Zeichnen Sie einen erweiterten Box-Plot für die Verteilung der Tagesangaben und benennen Sie die hierfür erforderlichen Größen (15 Punkte).

Erster Schritt: Bildung der natürlichen Reihenfolge

2; 3; 3; 3; 4; 4; 4; 6; 7; 12

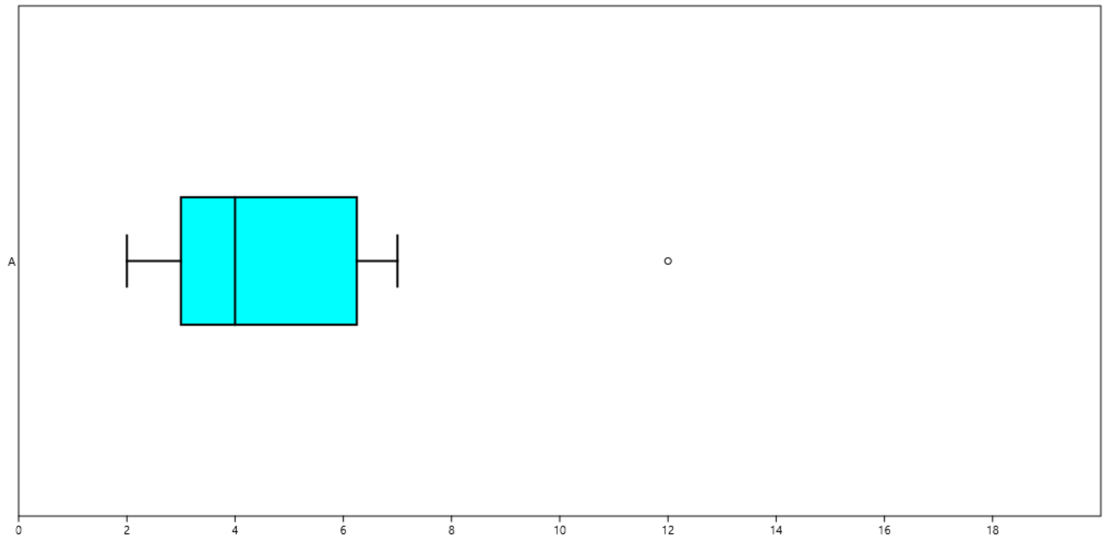
Zweiter Schritt: Berechnung der erforderlichen Größen

$x_{0,25}$ = 10 * 0,25 = 2,5 → 3. Wert der geordneten Reihe → 3
$x_{0,50}$ = 10 * 0,50 = 5 → Mittel aus 5. und 6. Wert → (4 + 4) / 2 = 4
$x_{0,75}$ = 10 * 0,75 = 7,5 → 8. Wert der geordneten Reihe → 6

IQR = 6 - 3 = 3
1,5-facher IQR = 4,5

Dritter Schritt: Konstruktion des Box-Plots

Die Box verläuft von 3 auf 6, der Median wird bei 4 eingetragen. Der untere Zaun läuft minimal bis 3 - 4,5 = -1,5. Der kleinste Wert der Verteilung, der noch in diesen Bereich fällt, ist die 2, die damit die Grenze des unteren Zauns bildet. Der obere Zaun läuft maximal bis 6 + 4,5 = 10,5. Der größte Wert, der noch in diesen Bereich fällt, ist die 7, die damit die Grenze des oberen Zauns bildet. Bei der 12 handelt es sich um einen „normalen“ (liegt noch im Bereich 10,5 + 4,5 = 15) Ausreißer, der im Box-Plot einzuzeichnen ist. Die umseitige, mit PAST erstellte Grafik, zeigt das zu erwartende Ergebnis.



Aufgabenteil III: Verteilungsparameter (35 Punkte)

Nachdem alle Saaten aufgegangen sind, wird das weitere Wachstum der Pflanzen in einer mit künstlichem Sonnenlicht beleuchteten Umgebung beobachtet. Dabei wird mit der Anzahl an Sonnenstunden pro Tag nur eine einzige Größe variiert (ceteris paribus), während alle anderen Faktoren (z.B. Zugabe von Wasser und Zuführung von Nährstoffen über den Boden) konstant gehalten werden. Ausgangspunkt sind die mittleren sieben Sonnenstunden des mitteleuropäischen Sommers.

Versuchsplot	Sonnenstunden pro Tag
V00A	7
V00B	8
V00C	9
V00D	10
V00E	11
V00F	12
V00G	13
V00H	14
V00I	15
V00J	16

Berechnen Sie für die Angabe der Sonnenstunden die folgenden Lage- und Streuungsmaße:

a) Arithmetisches Mittel (6 Punkte)
b) Um 5% getrimmtes arithmetisches Mittel (4 Punkte)
c) Modus (4 Punkte)
d) Spannweite (2 Punkte)
e) Varianz (10 Punkte)
f) Standardabweichung (3 Punkte)
g) Variationskoeffizient (3 Punkte)

Wann wäre die Berechnung des Variationskoeffizienten für diese Variable sinnvoll? (3 Punkte)

Berechnung des arithmetischen Mittels

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 = 115
115 / 10 = **11,5**

Berechnung des um 5% getrimmten arithmetischen Mittels

10 * 0,05 = 0,5 -> Entfernung des kleinsten (7) sowie des größten (16) Wertes

8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 = 92
92 / 8 = **11,5**

Bestimmung des Modus

Da es sich nicht um eine unimodale Verteilung handelt (d.h. kein einzelner Wert kommt deutlich häufiger vor, als die übrigen Werte), lässt sich **kein Modus** bestimmen.

Bestimmung der Spannweite

16 – 7 = **9**

$$d_s = x_{max} - x_{min}$$

Berechnung der Varianz

Das arithmetische Mittel wurde bereits berechnet und liegt bei 11,5.

$$s^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$$

(7 - 11,5) ² = 20,25	(12 - 11,5) ² = 0,25
(8 - 11,5) ² = 12,25	(13 - 11,5) ² = 2,25
(9 - 11,5) ² = 6,25	(14 - 11,5) ² = 6,25
(10 - 11,5) ² = 2,25	(15 - 11,5) ² = 12,25
(11 - 11,5) ² = 0,25	(16 - 11,5) ² = 20,25

Die Summe der quadrierten Abstände liegt bei 82,5.

Berechnung der empirischen Varianz: 82,5 / 10 = **8,25**
Berechnung der Stichprobenvarianz: 82,5 / 9 = **9,17**

Berechnung der Standardabweichung

$$s = +\sqrt{s^2}$$

Die Standardabweichung ist die positive Wurzel aus der Varianz.

Bei Verwendung der empirischen Varianz ergibt sich somit **2,87**
Bei Verwendung der Stichprobenvarianz ergibt sich dagegen **3,03**

Berechnung des Variationskoeffizienten

Der Variationskoeffizient ergibt sich durch Division der Standardabweichung durch den Mittelwert.

Bei Verwendung der empirischen Varianz ergibt sich somit **0,25**
Bei Verwendung der Stichprobenvarianz ergibt sich dagegen **0,26**

$$v = \frac{s}{\bar{x}}$$

Zur Sinnhaftigkeit des Variationskoeffizienten

Der Variationskoeffizient ist ein relatives Streuungsmaß und wird insbesondere benötigt, um die Streuung von Variablen miteinander vergleichen zu können, die in unterschiedlichen Maßeinheiten erfasst wurden (also z.B. Dollar vs. Euro). Die Berechnung des Variationskoeffizienten wäre also dann sinnvoll, wenn ein solcher Vergleich geplant ist (also z.B. mit einer in Minuten erhobenen Variablen).

Aufgabenteil IV: Zusammenhangsmaße (40 Punkte)

Nach sieben Tagen wird überprüft, um wie viele cm der Weizen in jedem der zehn Versuchsplots gewachsen ist, wobei die Höhe des jeweils höchsten Stängels pro Plot vermerkt wird.

Versuchsplot	Sonnenstunden pro Tag	cm nach sieben Tagen
V00A	7	6
V00B	8	8
V00C	9	7
V00D	10	6
V00E	11	9
V00F	12	11
V00G	13	13
V00H	14	12
V00I	15	14
V00J	16	17

Berechnen und interpretieren Sie für die vorliegenden Daten a) den Rangkorrelationskoeffizienten nach Kendall (20 Punkte) sowie b) den Bravais-Pearson-Korrelationskoeffizienten (20 Punkte).

<u>Berechnung des Rangkorrelationskoeffizienten nach Kendall</u>

x	rg(x)	y	rg(y)	K	D
7	1	6	1,5	8	0
8	2	8	4	6	2
9	3	7	3	6	1
10	4	6	1,5	6	0
11	5	9	5	5	0
12	6	11	6	4	0
13	7	13	8	2	1
14	8	12	7	2	0
15	9	14	9	1	0
16	10	17	10	/	/

Summe der konkordanten Paare K = 40
Summe der diskordanten Paare D = 4

$$\tau = \frac{2\,(K - D)}{n\,(n - 1)}$$

Eingesetzt in die Formel für Kendall's tau ergibt sich:

$$\frac{2 * (40\text{-}4)}{10 * (10\text{-}1)} = \frac{72}{90} = \mathbf{0,8}$$

Es liegt eine <u>**monotone, positive und starke Korrelation**</u> vor.

Berechnung des Bravais-Pearson-Korrelationskoeffizienten

n	x	y	x²	y²	(x*y)
1	7	6	49	36	42
2	8	8	64	64	64
3	9	7	81	49	63
4	10	6	100	36	60
5	11	9	121	81	99
6	12	11	144	121	132
7	13	13	169	169	169
8	14	12	196	144	168
9	15	14	225	196	210
10	16	17	256	289	272
Summe	115	103	**1405**	**1185**	**1279**
Mittel	**11,5**	**10,3**	//	//	//

Eingesetzt in die Formel für r ergibt sich:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i y_i) - n\bar{x}\bar{y}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i^2) - n\bar{x}^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(y_i^2) - n\bar{y}^2}}$$

$$1279 - 10 * 11{,}5 * 10{,}3 = 94{,}5$$

$$\sqrt{(1405 - 10 * 11{,}5^2)} = 9{,}08$$

$$\sqrt{(1185 - 10 * 10{,}3^2)} = 11{,}14$$

$$\frac{94{,}5}{(9{,}08 * 11{,}14)} = \mathbf{0{,}93}$$

Es liegt eine **lineare, positive und starke Korrelation** vor.